

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ GIURGIU – 11 februarie 2023

CLASA a VIII-a

1. Se consideră piramida patrulateră $VABCD$ cu vârful V și cu toate muchiile congruente. Pe muchia laterală VA se alege punctul M astfel încât $\frac{VM}{VA} = \frac{2}{3}$, iar pe muchia laterală VD se alege punctul N astfel încât $\frac{ND}{VD} = \frac{1}{3}$. Calculați unghiul determinat de MN cu BC .

DANIELA BOANȚĂ

2. Se consideră prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral ABC , în care $AB = 6$ cm, $AA' = 9$ cm. Punctul P aparține segmentului AC astfel încât $PA = PC$ și M este un punct pe muchia BB' . Determinați valoarea raportului $\frac{MB}{BB'}$, știind că aria $\triangle AMC$ este $9\sqrt{7}$ cm².

IONELA TURTUREAN,

SGM

3. Dacă numerele reale nenule a și b au același semn și verifică relația

$$a + 2022\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{2023}{b}, \text{ arătați că } ab \text{ este număr natural pătrat perfect.}$$

IONEL TUDOR

4. Se consideră numerele reale

$$a = \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^3 + \dots + \sqrt{2}^{2006} \text{ și } b = 2^{1002} + 2^{1001} + \dots + 2 + 1.$$

Demonstrați că raportul numerelor b și a este o fracție subunitară.

MANEA ROXANA-MARIA

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.